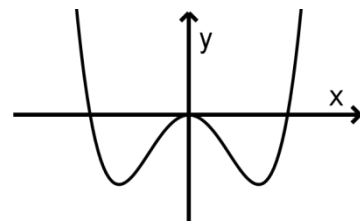


Zentralabitur Beispiel	Mathematik	Material für Prüflinge
Prüfungsteil A	eA	GYM GES BG

Aufgabe P1

Gegeben ist eine in \mathbb{R} definierte Funktion f mit $f(x) = x^4 - k \cdot x^2$, wobei k eine positive reelle Zahl ist.

Die Abbildung zeigt den Graphen von f .



- a) Zeigen Sie, dass $f'(x) = 2x \cdot (2x^2 - k)$ eine Gleichung der ersten Ableitungsfunktion ist.

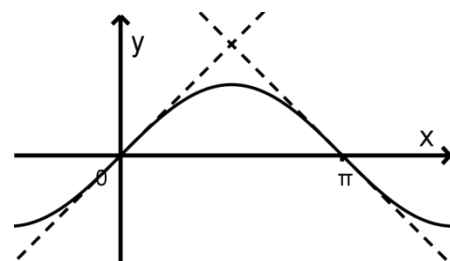
[1 BE]

- b) Die beiden Tiefpunkte des Graphen von f haben jeweils die y -Koordinate -1 .
Ermitteln Sie den Wert von k .

[4 BE]

Aufgabe P2

Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktion f mit $f(x) = \sin(x)$. Die Abbildung zeigt den Graphen von f sowie die Tangenten an den Graphen in den dargestellten Schnittpunkten mit der x -Achse.



- a) Zeigen Sie, dass diejenige der beiden Tangenten, die durch den Koordinatenursprung verläuft, die Steigung 1 hat.
- b) Berechnen Sie den Inhalt des Flächenstücks, das vom Graphen von f und den beiden Tangenten eingeschlossen wird.

[1 BE]

[4 BE]

Aufgabe P3

Die Zufallsgröße X ist binomialverteilt mit den Parametern $n = 100$ und p .

Der Erwartungswert von X ist 50.

- a) Berechnen Sie die Standardabweichung von X .
- b) Die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 61)$ beträgt etwa 2 %.
Bestimmen Sie damit einen Näherungswert für die Wahrscheinlichkeit $P(40 \leq X \leq 60)$.

[3 BE]

[2 BE]

Zentralabitur Beispiel	Mathematik	Material für Prüflinge
Prüfungsteil A	eA	GYM GES BG

Aufgabe P4

Gegeben sind der Punkt $P(-1|7|2)$ und die Ebene $E: x_1 + 3x_2 = 0$.

- a) Zeigen Sie, dass der Punkt P nicht in E liegt. [1 BE]
- b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes, der entsteht, wenn P an E gespiegelt wird. [4 BE]

Zentralabitur Beispiel	Mathematik	Material für Prüflinge
Prüfungsteil A	eA	GYM GES BG

Wählen Sie von den Aufgaben Q1 bis Q6 **genau zwei** zur Bearbeitung aus.

Aufgabe Q1

Gegeben sind die in \mathbb{R} definierten Funktionen f und g . Der Graph von f ist symmetrisch bezüglich der y -Achse, der Graph von g ist symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs. Beide Graphen haben einen Hochpunkt im Punkt $(2|1)$.

- a) Geben Sie für die Graphen von f und g jeweils die Koordinaten und die Art eines weiteren Extrempunktes an. [2 BE]
- b) Untersuchen Sie die in \mathbb{R} definierte Funktion h mit $h(x) = f(x) \cdot (g(x))^3$ im Hinblick auf eine mögliche Symmetrie ihres Graphen. [3 BE]

Aufgabe Q2

Betrachtet werden die in \mathbb{R} definierten Funktionen f_k mit $f_k(x) = k \cdot e^{-x} + 3$ und $k \neq 0$.

- a) Zeigen Sie, dass $f'_k(0) = -k$ gilt. [1 BE]
- b) Bestimmen Sie diejenigen Werte von k , für die die Tangente im Punkt $(0|f_k(0))$ an den Graphen von f_k eine positive Steigung hat und ihre Schnittstelle mit der x -Achse größer als $\frac{1}{2}$ ist. [4 BE]

Aufgabe Q3

In einem Behälter befinden sich Kugeln, von denen jede dritte gelb ist.

- a) Aus dem Behälter wird zweimal nacheinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Kugeln gelb sind. [1 BE]
- b) Im Behälter werden zwei gelbe Kugeln durch zwei blaue Kugeln ersetzt.
Anschließend wird aus dem Behälter erneut zweimal nacheinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt.
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Kugeln gelb sind, beträgt nun $\frac{1}{16}$.
Ermitteln Sie, wie viele gelbe Kugeln sich nach dem beschriebenen Vorgang im Behälter befinden. [4 BE]

Zentralabitur Beispiel	Mathematik	Material für Prüflinge
Prüfungsteil A	eA	GYM GES BG

Aufgabe Q4

Für ein Spiel wird ein Behälter mit 100 Kugeln gefüllt. Dafür stehen rote und blaue Kugeln zur Verfügung. Vor jedem Spiel legt die spielende Person die Anzahl der blauen Kugeln im Behälter fest. Anschließend wird dem Behälter eine Kugel zufällig entnommen. Ist diese Kugel rot, so wird der spielenden Person die festgelegte Anzahl blauer Kugeln in Cent ausgezahlt. Ist die Kugel blau, so beträgt die Auszahlung 10 Cent.

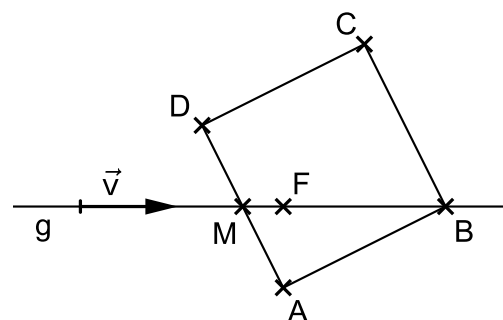
Ermitteln Sie, wie die spielende Person die Anzahl blauer Kugeln für ein Spiel festlegen muss, damit der Erwartungswert der Auszahlung möglichst groß ist.

[5 BE]

Aufgabe Q5

Die nicht maßstabsgetreue Abbildung zeigt das Quadrat $ABCD$.

Die Gerade g , die durch B und den Mittelpunkt M der Seite \overline{AD} verläuft, hat den Richtungsvektor \vec{v} . Der Punkt F ist der Fußpunkt des Lots von A auf g .



a) Begründen Sie, dass $|\overrightarrow{BF}| = 2 \cdot |\overrightarrow{AF}|$ gilt.

[3 BE]

b) Geben Sie einen Term an, mit dem man die Koordinaten von B bestimmen könnte, wenn die Koordinaten von A und F sowie die Komponenten von \vec{v} bekannt wären.

[2 BE]

Aufgabe Q6

Gegeben sind die Punkte $A(0|0|0)$, $B(3|4|1)$, $C(1|7|3)$ und $D(-2|3|2)$.

a) Weisen Sie nach, dass das Viereck $ABCD$ ein Parallelogramm ist.

[1 BE]

b) Der Punkt T liegt auf der Strecke \overline{AC} . Das Dreieck ABT hat bei B einen rechten Winkel.

Ermitteln Sie das Verhältnis der Länge der Strecke \overline{AT} zur Länge der Strecke \overline{CT} .

[4 BE]